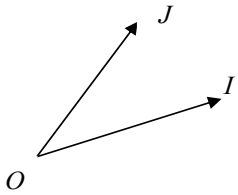
الثانوية التأهيلية: وادي الذهب الأستاذ : رشيد بلمو	درس المستقيم في المستوى	مستوى الدراسي: TCS - TCT عدد الساعات : 5

I. إحداثيات متجهة-إحداثيات نقطة:

1. أساس مستوى-معلم مستوى:

تعريف: إذا كانت $\vec{i}$ و $\vec{j}$ متجهتين غير مستقيميتين فان الزوج $(\vec{i},\vec{j})$ يسمى أساسا للمستوى.



خاصية: إذا كانت O و I و J ثلاث نقط غير مستقيمية فان: $(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$ أساس للمستوى.

المثلوث $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$ يسمى معلما للمستوى.

مثال: إذا كان ABC مثلثا فان $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ أساس للمستوى.و $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ معلم للمستوى.

ترميز: عادة نضع $\overrightarrow{OI}=\vec{i}$ و $\overrightarrow{OJ}=\vec{j}$.

فيصبح لدينا: $(\vec{i},\vec{j})$ أساس للمستوى و $(O,\vec{i},\vec{j})$ معلم للمستوى.

معلم متعامد ممنظم | **معلم متعامد** | **معلم**

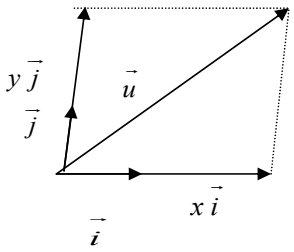
2. إحداثيتا متجهة:

خاصية و تعريف:

ليكن $(\vec{i},\vec{j})$ أساسا للمستوى. لكل متجهة $\vec{u}$ يوجد زوج وحيد (x,y) بحيث $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$.

الزوج (x,y) يسمى زوج إحداثيتي المتجهة $\vec{u}$ و نكتب $\vec{u}(x,y)$ أو $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$

إذا كان $\vec{u}(x,y)$ و $\vec{u'}(x',y')$ فان: $\vec{u}=\vec{u'}$ تكافئ $x=x'$ و $y=y'$.



**** تمرين تطبيقي : (01 - س)**

**** تمرين تطبيقي : (02 - س)**

3. إحداثيات مجموع متجهتين-إحداثيات ضرب متجهة في عدد حقيقي:

خاصية و تعريف: ليكن $(\vec{i},\vec{j})$ أساسا للمستوى و k عددا حقيقيا.

إذا كان (x,y) و (x',y') هما زوجا إحداثيتي المتجهتين $\vec{U}$ و $\vec{V}$ على التوالي فان $(x+x',y+y')$ هو زوج إحداثيتي المتجهة $\vec{U}+\vec{V}$.

إذا كان (x,y) هو زوج إحداثيتي $\vec{U}$ فان (kx,ky) هو زوج إحداثيتي المتجهة $k\vec{U}$.

برهان: .....

مثال: نعتبر في المستوى, المتجهتين $U=(3,-2)$ و $V=(-5,1)$.

حسب الخاصية, زوج إحداثيتي المتجهة $\vec{U}+\vec{V}$ هو $(3-5,-2+1)$ أي $(-2,-1)$

و زوج إحداثيتي المتجهة $5\vec{u}$ هو $(5\times 3,5(-2))$ أي $(15,-10)$.

**** تمرين تطبيقي : (03 - س)**

4. شرط استقامية متجهتين:

خاصية و تعريف:

لتكن $\vec{u}(x,y)$ و $\vec{v}(x',y')$ متجهتين من المستوى المنسوب إلى الأساس $(\vec{i},\vec{j})$

$\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتان إذا و فقط إذا كان: $xy'-x'y=0$

العدد $xy'-x'y$ يسمى محددة المتجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ بالنسبة للأساس $(\vec{i},\vec{j})$ و نكتب: $\det(\vec{u},\vec{v})=\begin{vmatrix}x & x'\\ y & y'\end{vmatrix}=xy'-x'y$

برهان: .....

مثال: نعتبر في المعلم المتعامد الممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ المتجهتين : $u\left(x,y\right)$ و $U=\left(3,-2\right)$ و $V=\left(-6,4\right)$.

هل $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتن ؟

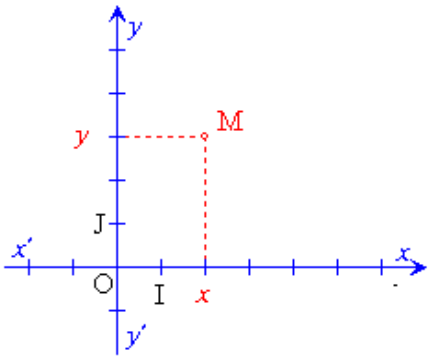
**** تمرين تطبيقي : (04 - س)**

5. إحداثيات نقطة:

تعريف: ليكن $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ معلما بحيث $\overrightarrow{OI}=\vec{i}$ و $\overrightarrow{OJ}=\vec{j}$.

لكل نقطة M من المستوى يوجد زوج وحيد $\left(x,y\right)$ بحيث: $\overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}$

الزوج $\left(x,y\right)$ هو إحداثيتي النقطة M في المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ و كتب $M\left(x,y\right)$



خاصية: ليكن $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ معلما. $\overrightarrow{OM}\left(x,y\right)$ تكافئ $M\left(x,y\right)$.

x يسمى أفصول النقطة M و y يسمى أرتوب النقطة M

$\left(OI\right)$ يسمى محور الأفاصيل و $\left(OJ\right)$ يسمى محور الأراتيب.

مثال: في مثلث ABC إذا كانت $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}$ فان زوج إحداثيتي النقطة M في المعلم $\left(\vec{A},\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ هو $\left(3,-2\right)$.

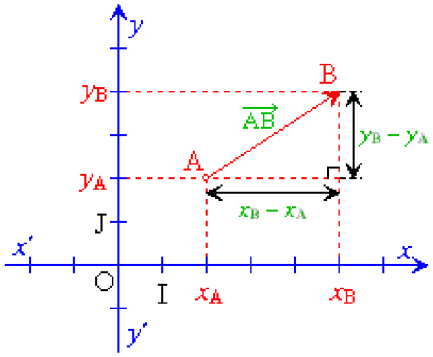
**** تمرين تطبيقي : (05 - س)**

6. إحداثيتا متجهة $\overrightarrow{AB}$:

خاصية: ليكن $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ معلما.

إذا كانت $A\left(x_A,y_A\right)$ و $B\left(x_B,y_B\right)$ فان: $\overrightarrow{AB}\left(x_B-x_A,y_B-y_A\right)$

في الكتابة $A\left(x_A,y_A\right)$ هو x_A أفصول A. y_A هو أرتوب A.

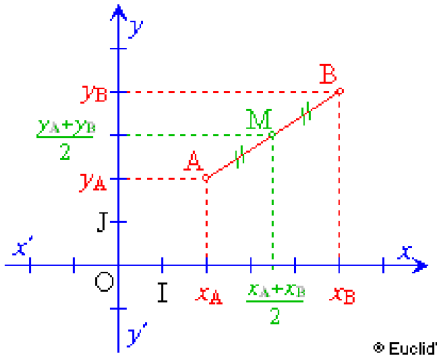


مثال: إذا كانت $A\left(1,-4\right)$ و $B\left(-3,7\right)$ فان $\overrightarrow{AB}\left(x_B-x_A,y_B-y_A\right)$ أي أن $\overrightarrow{AB}\left(-3-1,7-\left(-4\right)\right)$ و $\overrightarrow{AB}\left(-4,11\right)$ بالتالي:

7. إحداثيتا منتصف قطعة:

خاصية: إذا كانت $A\left(x_A,y_A\right)$ و $B\left(x_B,y_B\right)$ و M منتصف القطعة $\left[AB\right]$

فان: $M\left(\frac{x_A+x_B}{2},\frac{y_A+y_B}{2}\right)$



8. المسافة بين نقطتين:

خاصية: ليكن $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ معلما متعامدا ممنظما. إذا كانت

$A\left(x_A,y_A\right)$ و $B\left(x_B,y_B\right)$ فان: $AB=\sqrt{\left(x_B-x_A\right)^2+\left(y_B-y_A\right)^2}$

مثال: المسافة بين النقطتين $A\left(3,1\right)$ و $B\left(-1,2\right)$ في معلم متعامد ممنظم هي:

$AB=\sqrt{\left(x_B-x_A\right)^2+\left(y_B-y_A\right)^2}$ أي أن $AB=\sqrt{\left(-1-3\right)^2+\left(2-1\right)^2}$

و بالتالي: $AB=\sqrt{17}$

**** تمرين تطبيقي : (06 - س)**

II. مستقيم معرف بنقطة و متجهة:

1. متجهة موجهة لمستقيم:

تعريف: ليكن $\left(D\right)$ مستقيما يمر من نقطتين مختلفتين A و B.

كل متجهة $\vec{u}$ غير منعدمة و مستقيمية مع المتجهة $\overrightarrow{AB}$ تسمى متجهة موجهة للمستقيم $\left(D\right)$.

نقول كذلك أن $\left(D\right)$ يمر من A و موجه بالمتجهة $\vec{u}$ ولدينا كذلك $\overrightarrow{AB}$ متجهة موجهة للمستقيم $\left(AB\right)$.

مثال: نعتبر المستقيم $\left(D\right)$ الذي معادلته $y=x-1$. النقطتان $A\left(1;0\right)$ و $B\left(0;-1\right)$ تنتميان إلى $\left(D\right)$.

إذن: $\overrightarrow{AB}\left(-1;-1\right)$ متجهة موجهة للمستقيم $\left(D\right)$.

تعريف: لتكن A نقطة من المستوى و $\vec{u}$ متجهة غير منعدمة.
مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق $\overrightarrow{AM} = t\vec{u}$ حيث $t \in \mathbb{R}$.
هي المستقيم المار من A و الموجه بالمتجهة $\vec{u}$ و نكتب $D\left(A;\vec{u}\right)$.

2. تمثيل بارامتري لمستقيم:

تعريف: ليكن $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ معلما للمستوى (P) و لتكن $A\left(x_0;y_0\right)$ نقطة من (P) و $\vec{u}\left(a;b\right)$ متجهة غير منعدمة.
النظمة $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}; (t \in \mathbb{R})$ تسمى بارا متريا للمستقيم (D) المار من $A\left(x_0;y_0\right)$ و الموجه بالمتجهة $\vec{u}\left(a;b\right)$.

مثال: نعتبر النقطة $A\left(3;-5\right)$ و المتجهة $\vec{u}\left(-2;3\right)$
تمثيل بارامتري للمستقيم $D\left(A;\vec{u}\right)$ هو: $\begin{cases} x = 3-2t \\ y = -5+3t \end{cases}; (t \in \mathbb{R})$

ملحوظة: كل مستقيم (D) يقبل ما لا نهاية من التمثيلات البارامترية.

**** تمرين تطبيقي : (07 - س)**

III. معادلة ديكارتية لمستقيم في المستوى:

خاصية: ليكن $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ معلما.كل مستقيم (D) في المستوى له معادلة على الشكل $ax+by+c=0$ حيث $a \neq 0$ أو $b \neq 0$ تسمى معادلة ديكارتية للمستقيم (D).

برهان: .....

**** تمرين تطبيقي : (08 - س)**

**** تمرين تطبيقي : (09 - س)**

خاصية: ليكن $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ معلما و a و b و c أعدادا حقيقية حيث $a \neq 0$ أو $b \neq 0$.
مجموعة النقط $M\left(x;y\right)$ بحيث $ax+by+c=0$ هي موجه بالمتجهة $\vec{u}\left(-b;a\right)$.

برهان: .....

**** تمرين تطبيقي : (10 - س)**

IV. الأوضاع النسبية لمستقيمين:

لقد تعرفت في السنة الفارطة على توازي مستقيمين باستعمال صيغتي معادلتيهما المختصرة.

خاصية: نعتبر المستقيمين $(D): ax+by+c=0$ و $(\Delta): a'x+b'y+c'=0$
(D) و (Δ) متوازيان إذا و فقط إذا كان: $ab'-a'b=0$.

برهان: .....

خاصية: $(D): y = mx+p$ و $(\Delta): y = m'x+p'$
$(D)\parallel(\Delta)$ يعني أن: $m = m'$
m يسمى ميل المستقيم (D) أو المعامل الموجه للمستقيم (D).

مثال: نعتبر في المعلم المتعامد الممنظم $\left(O,i,j\right)$ المستقيمين (D) و (Δ) :
$(D): 2x+3y+1=0$ و $(\Delta): 4x+6y+7=0$
1. حدد المعامل المجه لكل من المستقيمين (D) و (Δ)
2. هل $(\Delta)\parallel(D)$ ؟

**** تمرين تطبيقي : (11 - س)**

الثانوية التأهيلية: وادي الذهب الأستاذ : رشيد بلمو	تمارين: تطبيقية – للدعم والتثبيت المستقيم في المستوى	مستوى الدراسي: TCS - TCT

تمارين: تطبيقية

تمرين 1:

ليكن $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$ أساسا للمستوى.

نعتبر المتجهتين $\vec{U}$ و $\vec{V}$ بحيث: $\vec{U}=(3x+1)\vec{i}+2\vec{j}$

و $\vec{V}=4\vec{i}+(y-3)\vec{j}$ حيث x و y عددين حقيقيين.

1. هل يمكن أن تكون $\vec{U}$ متجهة منعدمة؟
2. حدد x و y علما أن $\vec{U}=\vec{V}$.

تمرين 2:

ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و I و J و K هي على التوالي منتصفات القطع $[AB]$ و $[AD]$ و $[DC]$.

ننسب المستوى إلى الأساس $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)$.

1. حدد زوج إحداثيات المتجهتين $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AK}$.
2. حدد زوج إحداثيتي المتجهة $2\overrightarrow{IK}$.

تمرين 3:

نعتبر في المستوى المنسوب إلى الأساس $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$ المتجهات:

$\vec{U}=(1;2)$ و $\vec{V}=(3;7)$ و $\vec{W}=(4;1)$.

حدد زوج إحداثيتي المتجهتين: $2\vec{U}-\vec{V}$ و $3\vec{W}+\vec{V}$.

تمرين 4:

نعتبر الأساس $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$ و المتجهتين $\vec{u}=\left(3\sqrt{2},-\frac{5}{2}\right)$

و $\vec{v}=(a-1,4)$.

حدد a علما أن المتجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتان.

تمرين 5:

ليكن $OIKJ$ متوازي الأضلاع.

نعتبر المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ بحيث: $\begin{cases}\overrightarrow{OI}=\vec{i}\\ \overrightarrow{OJ}=\vec{j}\end{cases}$

1. أوجد زوج إحداثيتي النقط: I و J و K و L انطلاقا من الشكل.
2. أرسم النقط: $M(-3;2)$ و $N(2;2,5)$ و $P(0;-2)$.
3. أنشئ النقط: Q , R , S , T بحيث:

$\overrightarrow{OQ}=0,5\vec{i}-2\vec{j}$, $\overrightarrow{OR}=-\vec{j}$

$\overrightarrow{OS}=-3\vec{i}+3\vec{j}$, $\overrightarrow{OT}=-\vec{i}-2\vec{j}$

تمرين 6:

المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

حدد إحداثيتي المتجهة $\overrightarrow{AB}$ و إحداثيتي منتصف القطعة $[AB]$ ثم احسب المسافة AB في الحالة التالية:

$A(0;-5)$, $B(4;-9)$.

تمرين 7:

المستوى منسوب إلى معلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

نعتبر في المستوى (P) المستقيم (D) المار من النقطتين $A(3;-2)$ و $B(5;4)$.

حدد تمثيلا بارا متريا للمستقيم (D).

تمرين 8:

حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (D) المعرف بالتمثيل البارامتري التالي: $\begin{cases}x=1+2t\\ y=3-4t\end{cases}$, $(t\in\mathbb{R})$

تمرين 9:

حدد معادلة ديكارتية للمستقيم المار من النقطتين $A(1;2)$ و $B(-1;3)$.

تمرين 10:

حدد تمثيلا بارا متريا للمستقيم (D) المعرف بالمعادلة الديكارتية $3x-2y+4=0$

تمرين 11:

نعتبر المستقيمات (D_1) و (D_2) و (D_3) المعرفة كما يلي:

$(D_1):5x-3y+2=0$ و $(D_2):2x-\frac{1}{3}y-1=0$

و $(D_3):6x-y+3=0$.

1. بين أن (D_1) و (D_2) متقاطعان.
2. بين أن (D_3) و (D_2) متوازيان قطعا.
3. حدد تمثيلا بارا متريا للمستقيم (Δ) المار من $A(1;2)$ و الموازي للمستقيم (D_1).