الثانوية التأهيلية: وادي الذهب الأستاذ : رشيد بلمو	**درس** **الحساب المتجهي**	مستوى الدراسي: TCS - TCT عدد الساعات : 05

I. متجهات المستوى: (تذكير)

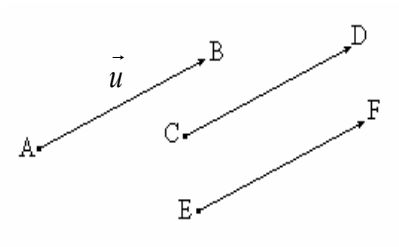
1-عناصر متجهة:

A و B نقطتان مختلفتان. إذا رمزنا لمتجهة $\overrightarrow{AB}$ بالرمز $\vec{u}$ فان:

1. اتجاه $\vec{u}$ هو المستقيم (AB).
2. منحى $\vec{u}$ هو المنحى من A إلى B.
3. منظم $\vec{u}$ هو المسافة AB , و نكتب: $\|\vec{u}\| = AB$

حالة خاصة: المتجهة $\overrightarrow{AA}$ ليس لها اتجاه و منظمها منعدم, و تسمى المتجهة المنعدم, و تكتب $\overrightarrow{AA} = \vec{O}$.

خاصية: $\vec{u}$ متجهة و A نقطة من المستوى, توجد نقطة وحيدة M بحيث $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$.



** تمرين تطبيقي : (01 - س)

2-تساوي متجهتين:

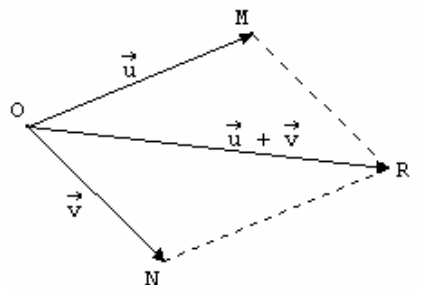
تعريف: نقول إن متجهتين متساويتين إذا كان لهما نفس الاتجاه و نفس المنحى و نفس المنظم.

خاصية: ليكن $ABCD$ رباعيا. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ تكافئ $ABCD$ متوازي أضلاع.

3- مجموع متجهتين:

علاقة شال: A و B نقطتان من المستوى. لكل نقطة C من المستوى. لدينا: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$.

مثال: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = 0$



4- قاعدة متوازي الأضلاع لإنشاء مجموع متجهتين:

O و A و B ثلاث نقط غير مستقيمية.

مجموع المتجهتين $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$ هو المتجهة $\overrightarrow{OC}$ بحيث يكون الرباعي $OACB$ متوازي الأضلاع.

مقابل متجهة:

خاصية: لتكن $\vec{u}$ متجهة غير منعدمة.

مقابلة المتجهة $\vec{u}$ هي المتجهة التي لها نفس الاتجاه و نفس المنظم و منحناها عكس منحى المتجهة $\vec{u}$, و يرمز لها بالرمز $-\vec{u}$.

$-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$

** تمرين تطبيقي : (03 - س)

** تمرين تطبيقي : (05 - س)

II. ضرب متجهة في عدد حقيقي:

تعريف: $\vec{u}$ متجهة غير منعدمة و k عددا حقيقيا غير منعدم. ضرب المتجهة $\vec{u}$ في العدد الحقيقي k هي المتجهة التي نرمز لها بالرمز $\vec{u}.\vec{u}$ $k \cdot \vec{u}$ أو $k\vec{u}$ و المعرفة كما يلي:

لها نفس اتجاه المتجهة $\vec{u}$.

لها نفس منحى المتجهة $\vec{u}$ في حالة: $k \succ 0$ و لها منحى معاكس للمتجهة $\vec{u}$ في حالة: $k \prec 0$

منظمها يساوي $|k| \times \|\vec{u}\|$.

مثال: : A و B نقطتان من المستوى بحيث : $AB = 1cm$ أرسم النقطتين C و D بحيث : $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{AB}$

خاصيات: لكل متجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و لكل عددين حقيقيين k و k' لدينا:

$(k+k')\vec{u}=k\vec{u}+k'\vec{u}$ و $k(k'\vec{u})=(kk')\vec{u}$ و $k(\vec{u}+\vec{v})=k\vec{u}+k\vec{v}$ و $1\cdot\vec{u}=\vec{u}$

$k\vec{u}=\vec{0}$ تكافئ $k=0$ أو $\vec{u}=\vec{0}$.

$0\cdot\vec{u}=\vec{0}$ و $k\cdot\vec{0}=\vec{0}$

أمثلة: $5\overrightarrow{AB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}=\left(5-\frac{3}{2}\right)\overrightarrow{AB}=\frac{7}{2}\overrightarrow{AB}$ $\quad$ $2\left(\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}\right)=\left(2\times\frac{3}{2}\right)\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AB}$

$2\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}=2\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right)=2\overrightarrow{AC}$ $\quad$ $2\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ تكافئ أن $\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ أي أن: $A=B$

**** تمرين تطبيقي : (08 - س)**

استقامية متجهتين-استقامية ثلاث نقط:

تعريف: لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين غير منعدمتين.
$\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتان إذا وجد عدد حقيقي k غير منعدم حيث: $\vec{v}=k\vec{u}$
المتجهة المنعدمة مستقيمية مع جميع المتجهات.

خاصية:
لتكن A و B و C و D أربع نقط حيث $A\neq B$ و $C\neq D$.
$\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ مستقيميتان إذا و فقط إذا كان (AB) و (CD) متوازيين.

خاصية: تكون النقط A و B و C مستقيمية إذا و فقط إذا كانت $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مستقيميتين.

مثال: في كل شبه منحرف $ABCD$ قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$.
لدينا المتجهتان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ مستقيميتان.

**** تمرين تطبيقي : (09 - س)**

**** تمرين تطبيقي : (12 - س)**

III. منتصف قطعة:

تعريف: I منتصف $[AB]$ إذا وفقط إذا كان $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

خاصية: I منتصف القطعة $[AB]$ إذا و فقط إذا كانت I تحقق إحدى المتساويتين: (1) $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$ أو (2) $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AI}$

برهان:

خاصية: (الخاصية المميزة لمنتصف قطعة)
لتكن $[AB]$ قطعة منتصفها I.
لكل نقطة M من المستوى لدينا: $2\overrightarrow{MI}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$.

برهان:

**** تمرين تطبيقي : (14 - س)**

خاصية (خاصية منتصفي ضلعي مثلث)
ليكن ABC مثلثا. إذا كان I منتصف القطعة $[AB]$ و J منتصف القطعة $[AC]$ فان: $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

برهان:

**** تمرين تطبيقي : (13 - س)**