الثانوية التأهيلية: وادي الذهب الأستاذ : رشيد بلمو	درس الحساب المثلثي الجزء 2	مستوى الدراسي: TCS - TCT عدد الساعات : 15

I. التمثيل المبياني للدالتين cos و sin

دراسة وتمثيل الدالة sin :

1-رسم منحنى الجيب : $y=\sin x$.كنشاط يقوم التلاميذ بملا الجدول التالي و رسم التمثيل المبياني على المجال : $[0;2\pi]$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
y	0	0.5	1	0.5	0	-0.5	-1	-0.5	0

2-ماذا تلاحظ بالنسبة لمنحنى الدالة sin ؟ أصغير قيمة ؟ أكبر قيمة ؟

3-بنفس الطريقة نرسم التمثيل المبياني على: $\mathbb{R}$

دراسة وتمثيل الدالة cos :

1-رسم منحنى الجيب : $y=\cos x$ و كنشاط يقوم التلاميذ بملا الجدول التالي و رسم التمثيل المبياني على المجال : $[0;2\pi]$

2-ماذا تلاحظ بالنسبة لمنحنى الدالة cos ؟ أصغير قيمة ؟ أكبر قيمة ؟

3-بنفس الطريقة نرسم التمثيل المبياني على: $\mathbb{R}$

II. المعادلات المثلثية الأساسية:

خاصية1 : $a\in\mathbb{R}$ و نعتبر المعادلة : $(E):\cos x=a$

- اذا كان : $a\succ 1$ أو $a\prec -1$ فان المعادلة : $\cos x=a$ ليس لها حلولا في $\mathbb{R}$.
- اذا كان : $-1\le a\le 1$ فانه يوجد $x_0\in\mathbb{R}$ بحيث $\cos x=\cos x_0$

وحلول المعادلة $(E):\cos x=a$ في $\mathbb{R}$. هي الأعداد الحقيقية : $x_0+2k\pi$ أو $-x_0+2k\pi$ حيث $k\in\mathbb{Z}$

مثال: 1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\cos x=\frac{1}{2}$

2) حل في المجال : $]-\pi,\pi]$ المعادلة : $\cos x=\frac{1}{2}$

خاصية2 : $a\in\mathbb{R}$ و نعتبر المعادلة : $(E):\sin x=a$

اذا كان : $a\succ 1$ أو $a\prec -1$ فان المعادلة : (E)ليس لها حلولا في $\mathbb{R}$.

اذا كان : $-1\le a\le 1$ فانه يوجد $x_0\in\mathbb{R}$ بحيث $\sin x=\sin x_0$

وحلول المعادلة (E) في $\mathbb{R}$. هي الأعداد الحقيقية : $x_0+2k\pi$ أو $\pi-x_0+2k\pi$ حيث $k\in\mathbb{Z}$

مثال: 1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

2) حل في المجال : $]-\pi,\pi]$ المعادلة : $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

خاصية3 : $a\in\mathbb{R}$ و نعتبر المعادلة : $(E):\tan x=a$

يوجد $x_0\in\mathbb{R}$ بحيث $\tan x=\tan x_0$; وحلول المعادلة (E) في $\mathbb{R}$. هي الأعداد الحقيقية : $x_0+k\pi$ أو حيث $k\in\mathbb{Z}$

هي الأعداد الحقيقية : $x_0+k\pi$ أو حيث $k\in\mathbb{Z}$

مثال: حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\tan x=1$

ملخص : من أجل كل عددين حقيقين x و y .

$k\in\mathbb{Z}\begin{cases}x=y+2k\pi\\x=-y+2k\pi\end{cases}$ تكافئ $\cos x=\cos y$
$k\in\mathbb{Z}\begin{cases}x=y+2k\pi\\x=(\pi-y)+2k\pi\end{cases}$ تكافئ $\sin x=\sin y$
$k\in\mathbb{Z}$ $x=y+k\pi$ تكافئ $\tan x=\tan y$

مثال:1)حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\sin x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\cos x=-\frac{1}{2}$

2)حل في المجال : $]-\pi,\pi]$ المعادلة : $\sin x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\cos x=-\frac{1}{2}$

III. المعادلات الخاصة:

$\cos x = 1$ تكافئ	$x = 2k\pi$
$\cos x = 0$ تكافئ	$x = \frac{\pi}{2} + \pi k$ $\quad k \in \mathbb{Z}$
$\cos x = -1$ تكافئ	$x = (2k+1)\pi$
$\sin x = 1$ تكافئ	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$
$\sin x = 0$ تكافئ	$x = k\pi$ $\quad (k \in \mathbb{Z})$
$\sin x = -1$ تكافئ	$x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$

تمرين1: حل في ال $[0,3\pi]$ معادلة : $\sin x = 0$ و **تمرين2** : حل في $[-\pi,2\pi]$ معادلة : $\cos x\left(2\sin x - \sqrt{3}\right) = 0$

IV. متراجحات مثلثية: حل هذه المتراجحات اعتمادا على الدائرة المثلثية و نمثل على الدائرة المثلثية حلول المتراجحة:

مثال1:: حل في المجال : $[0,2\pi[$ المتراجحة: $\sin x \geq \frac{1}{2}$ **الجواب :** $S = \left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right]$

تمرين: حل في المجال : $]-\pi,\pi]$ المتراجحة: $\sin x \leq -\frac{1}{2}$

مثال2: حل في المجال : $]-\pi,\pi]$ المتراجحة: $\cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ **الجواب :** $S = \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$

تمرين: حل في المجال : $\left]-\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ المتراجحة: $\cos x \leq \frac{1}{2}$

تمرين: حل في المجال : $[-\pi,2\pi]$ المتراجحات:1) $\cos x \prec 0$ (2 $2\cos x + \sqrt{3} \geq 0$ (3 $\sin x \prec 0$ (4

$\sqrt{2}\sin x \prec 1$ (5 $\sin x \geq 0$

مثال3: حل في المجال : $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right[$ المتراجحة: $\tan x \geq 1$

الجواب : $S = \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right[\cup \left[\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right[$

تمرين: حل في المجال : $]-\pi,\pi]$ المتراجحة: $\tan x < -\sqrt{3}$

V. علاقات sin في مثلث :

ABC مثلث بحيث : $AB = c$ و $AC = b$ و $BC = a$

نفترض أن ABC قائم الزاوية في A اذن : $\sin \hat{A} = 1$ ومنه :

$\frac{a}{\sin \hat{A}} = a$ و لدينا كذلك : $\sin \hat{B} = \frac{b}{a} \Leftrightarrow a = \frac{b}{\sin \hat{B}}$

و لدينا كذلك : $\sin \hat{C} = \frac{c}{a} \Leftrightarrow a = \frac{c}{\sin \hat{C}}$ وبالتالي نجد : $\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$

وهذه النتيجة تبقى صحيحة بالنسبة لمثلث عادي :

خاصية: اذا كان ABC مثلث بحيث : $AB = c$ و $AC = b$ و $BC = a$ فان : $\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$

تمرين : ABC مثلث بحيث : $\hat{A} = \frac{\pi}{4}$ و $\hat{B} = \frac{\pi}{3}$ و $BC = 4cm$

أحسب : $\hat{C}$ و $AC = b$ و $BC = a$

الثانوية التأهيلية: وادي الذهب الأستاذ : رشيد بلمو	تمارين: تطبيقية – للدعم والتثبيت الحساب المثلثي الجزء 2	المستوى الدراسي: TCS - TCT

تمرين1 : 1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 2) حل في المجال $[-\pi,\pi[$ المعادلة : $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

تمرين2 : 1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\cos x = \frac{1}{2}$ 2) حل في المجال $[-\pi,\pi[$ المعادلة : $\cos x = \frac{1}{2}$

تمرين3 : 1)حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 2) حل في المجال $[-\pi,\pi[$ المعادلة : $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

تمرين4 : 1)حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\sin x = \frac{1}{2}$ 2) حل في المجال $[-\pi,\pi[$ المعادلة : $\sin x = \frac{1}{2}$

تمرين5: 1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 2) حل في المجال $[-\pi,\pi[$ المعادلة : $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

تمرين6: 1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\cos = -\frac{1}{2}$ 2) حل في المجال $[-\pi,\pi[$ المعادلة : $\cos = -\frac{1}{2}$

تمرين7: 1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2) حل في المجال $[-\pi,\pi[$ المعادلة : $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

تمرين8: حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\tan x = 1$.

تمرين9: حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\sin x = \cos\frac{\pi}{8}$ و **تمرين10**: حل في $[0,3\pi]$ المعادلة : $\sin x = 0$

تمرين11: حل في $[-\pi,\pi[$ المعادلة : $\sin x(2\cos x - 1) = 0$

تمرين12: حل في $[-\pi,2\pi]$ المعادلة : $\cos x\left(2\sin x - \sqrt{3}\right) = 0$

تمرين13: حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\sin x - \cos x = 0$ و **تمرين14**: حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\sqrt{3}\tan x + 3 = 0$

تمرين15: حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\sin^2 x - 9 = 0$ و **تمرين16**: حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 1 = 0$

تمرين17: حل في $[0,2\pi[$ المتراجحة التالية $\sin x \geq \frac{1}{2}$

تمرين18: حل في $]-\pi,\pi]$ المتراجحة التالية $\cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$

تمرين19: حل في المجال : $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right[$ المتراجحة: $\tan x \geq 1$

تمرين20: حل في المجال : $]-\pi,\pi]$ المتراجحة: $\sin x \leq -\frac{1}{2}$

تمرين21:حل في المجال : $]-\pi,\pi]$ المتراجحة: $\cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ **تمرين22**: حل في المجال : $\left]-\frac{\pi}{2},\pi\right]$ المتراجحة: $\cos x \leq \frac{1}{2}$

تمرين23: حل في المجال : $[-\pi,2\pi]$ المتراجحات:

1) $\cos x \prec 0$ 2) $2\cos x + \sqrt{3} \geq 0$ 3) $\sin x \prec 0$ 4) $\sin x \geq 0$ 5) $\sqrt{2}\sin x \prec 1$

تمرين24: حل في المجال : $]-\pi,\pi]$ المتراجحة: $\tan x < -\sqrt{3}$

تمرين25: ABC مثلث بحيث : $\hat{A} = \frac{\pi}{4}$ و $\hat{B} = \frac{\pi}{3}$ و $BC = 4cm$ أحسب : $\hat{C}$ و $AC = b$ و $BC = a$