مذكرة رقم 11 : ملخص لدرس: التحويلات الاعتيادية في المستوى

الأهداف والقدرات المنتظرة من الدرس :

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
- تذكير: التماثل المحوري، التماثل المركزي، الإزاحة؛ - التحاكي؛ - الخاصية المميزة لكل من الإزاحة والتحاكي، حالة التماثل المركزي؛ - الحفاظ على معامل استقامية متجهتين؛ - المسافة والتحويلات السابقة؛ - صور بعض الأشكال (قطعة، مستقيم، نصف مستقيم، دائرة، زاوية).	- التعرف على تقايس وتشابه الأشكال باستعمال الإزاحة والتحاكي والتماثل. - استعمال الإزاحة والتحاكي والتماثل في حل مسائل هندسية.	- يتم التذكير بالتماثل المحوري والتماثل المركزي والإزاحة من خلال أنشطة وتمارين وتعريفها متجهيا أو تآلفيا. - يقدم التحاكي من خلال أمثلة وبنفس الطريقة التي قدمت به التحويلات السابقة. - تعتبر الصيغ التحليلية لهذه التحويلات خارج المقرر.

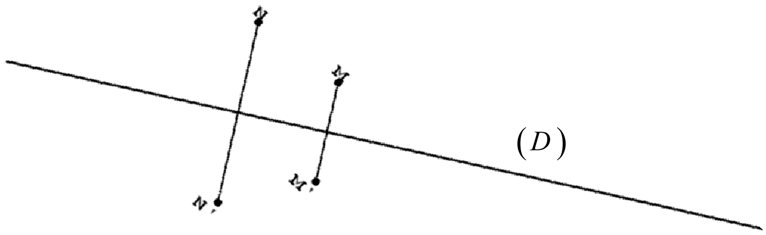
I. تعاريف:

1. التماثل المحوري:

ليكن (D) مستقيما من المستوى. التماثل المحوري الذي محوره (D) هو التحويل المستوي $S_{(D)}$ الذي يربط كل نقطة من المستوى (P) بالنقطة M' حيث يكون (D) واسطا للقطعة $[MM']$.

$S_{(D)}(M)=M'$

$S_{(D)}(N)=N'$



ملاحظة: إذا كانت M تنتمي إلى المستقيم (D) فان $S_{(D)}(M)=M$.

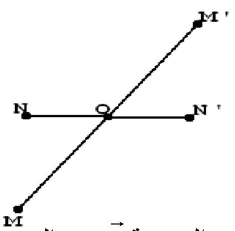
2. التماثل المركزي:

لتكن O نقطة من المستوى (P). التماثل المركزي الذي مركزه O هو التحويل المستوي S_O الذي يربط كل نقطة M من المستوى (P) بالنقطة M' حيث تكون النقطة O منتصف القطعة $[MM']$.

ملاحظة: $S_O(O)=O$

$S_O(M)=M'$

$S_O(N)=N'$



3. الإزاحة:

لتكن $\vec{u}$ متجهة غير منعدمة من المستوى. الإزاحة ذات المتجهة $\vec{u}$ هي التحويل المستوي الذي يربط كل نقطة M من المستوى (P) بالنقطة M' حيث $\overrightarrow{MM'}=\vec{u}$. نرمز لها ب $t_{\vec{u}}$

$t_{\vec{u}}(M)=M'$ يعني $\overrightarrow{MM'}=\vec{u}$

4. التحاكي:

لتكن Ω نقطة من المستوى و k عددا حقيقيا غير منعدم التحاكي الذي مركزه Ω و نسبته k هو التحويل المستوي h الذي يربط كل نقطة M من المستوى (P) بالنقطة M' حيث $\overrightarrow{\Omega M'}=k\overrightarrow{\Omega M}$.

ملاحظة: إذا كانت $k=-1$ فان التحويل h هو تماثل مركزي مركزه Ω.

$h(M)=M'$ يعني أن النقط Ω و M و M' مستقيمية.

$h(M)=M'$ يعني $\overrightarrow{\Omega M'}=k\overrightarrow{\Omega M}$

$h(N)=N'$ يعني $\overrightarrow{\Omega N'}=k\overrightarrow{\Omega N}$

تمرين 1: ليكن $ABCD$ معينا مركزه O, و I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[AD]$

1) أنشئ الشكل.

2) حدد $S_O(A)$ و $S_O(B)$ و $S_O(O)$ و $S_O((AB))$

3) $S_{(AC)}(B)$ و $S_{(AC)}(A)$ و $S_{(AC)}(O)$ و $S_{(AC)}([AB])$ و $S_{(AC)}(I)$ و $S_{(AC)}((OI))$

4) حدد $t_{\overrightarrow{BC}}(A)$ و $t_{\overrightarrow{IJ}}(B)$ و $t_{\overrightarrow{IJ}}([OB])$

تمرين 2: لتكن A و M نقطتين من المستوى, أرسم النقطة M' صورة النقطة M بالتحاكي h ذا المركز A و نسبته $\frac{3}{4}$

تمرين 3: عبر عن العلاقة المتجهية : $\overrightarrow{IC}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{IB}$ بتحاك

تمرين 4: حدد نسبة و مركز التحاكي h الذي يحول A إلى B في الحالة التالية :

$2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ حيث I نقطة معلومة

II. خاصيات المميزة لكل من التحاكي و الازاحة والتماثل المحوى:

تمرين 5: لتكن h التحاكي الذي مركزه O و نسبته k و M و N بحيث : $h(M)=M'$ و $h(N)=N'$

بين أن : $\overrightarrow{M'N'}=k\overrightarrow{MN}$ أقوى نجد الخاصية التالية :

1. الخاصية المميزة للتحاكي: $k\in\mathbb{R}$

ليكن T تحويلا اعتياديا في المستوى

يكون التحويل تحاكيا اذا وفقط اذا كان : $\overrightarrow{M'N'}=k\overrightarrow{MN}$ مهما يكن M و N بحيث : $T(M)=M'$ و $T(N)=N'$

تمرين 6: لتكن $t_{\vec{u}}$ الازاحة ذات المتجهة $\vec{u}$ و M و N بحيث : $t_{\vec{u}}(M)=M'$ و $t_{\vec{u}}(N)=N'$

بين أن : $\overrightarrow{M'N'}=\overrightarrow{MN}$ أقوى نجد الخاصية التالية :

2. الخاصية المميزة للإزاحة :

ليكن T تحويلا اعتياديا في المستوى

يكون التحويل ازاحة اذا وفقط اذا كان : $\overrightarrow{M'N'}=\overrightarrow{MN}$ مهما يكن M و N بحيث : $T(M)=M'$ و $T(N)=N'$

3. الخاصية المميزة للتماثل المركزي :

ليكن T تحويلا اعتياديا في المستوى

يكون التحويل تماثلا مركزيا اذا وفقط اذا كان : $\overrightarrow{M'N'}=-\overrightarrow{MN}$ مهما يكن M و N بحيث : $T(M)=M'$ و $T(N)=N'$

III. خاصيات:

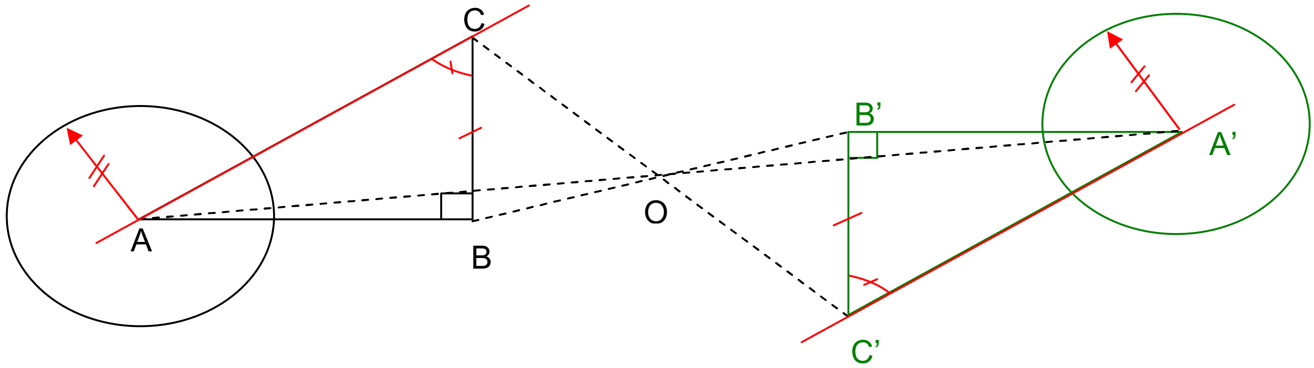
1. الحفاظ على معامل استقامية متجهتين

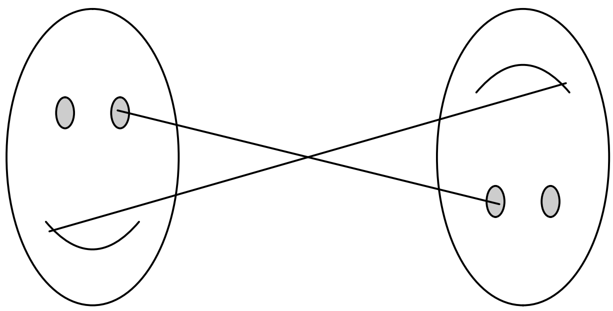
ليكن T تحويلا اعتياديا في المستوى و A و B و C و D نقط و A' و B' و C' و D' صورهم بواسطة التحول T على التوالي : اذا كان : $\overrightarrow{CD}=k\overrightarrow{AB}$ حيث $k\in\mathbb{R}$ فان : $\overrightarrow{C'D'}=k\overrightarrow{A'B'}$

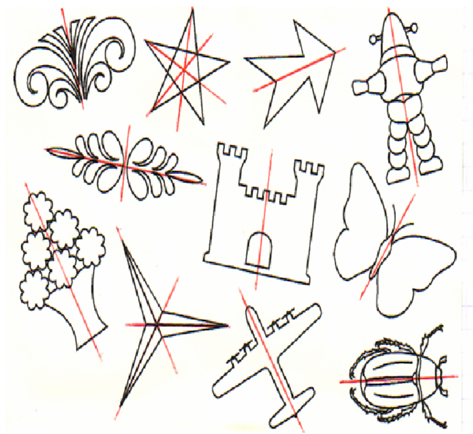
- ❖ كل هذه التحويلات تحافظ على المسافة باستثناء التحاكي الذي نسبته k بحيث $|k|\neq 1$.
- ❖ إذا كانت صورة شكل F_1 و كانت F_2' صورة شكل F_2 بأحد هذه التحويلات و كانت نقطة A تنتمي الى $(F_1\cap F_2)$ فان صورة A تنتمي إلى $(F_1'\cap F_2')$. يعني: هذه التحويلات تحافظ على التقاطع.
- ❖ كل هذه التحويلات تحافظ على المنتصف.
- ❖ كل هذه التحويلات تحافظ على الاستقامية النقط و التوازي و التعامد و قياس الزوايا الهندسية.
- ❖ النقط الصامدة بالتماثل المحوري $S_{(D)}$ هي المستقيم (D).
- ❖ النقط الصامدة بالتماثل المركزي S_O هي النقطة O.
- ❖ الإزاحة ذات متجهة غير منعدمة لا تقبل أية نقطة صامدة.
- ❖ النقطة الصامدة بتحاك نسبته مخالفة للعدد 1 هي مركزه.

IV. صور بعض الأشكال:

- صورة مستقيم بواسطة ازاحة أو تماثل مركزي أو تحاك هو مستقيم يوازيه
- صورة قطعة $[AB]$ هي قطعة $[A'B']$ تقايس $[AB]$ إذا كان التحويل إزاحة أو تماثلا. أما إذا كان التحويل تحاكيا نسبته k فان $A'B'=|k|AB$.
- صورة دائرة (E) ذات المركز c و الشعاع r هي دائرة مركزه c' صورة c و شعاعها r إذا كان التحويل إزاحة أو تماثلا و شعاعها $|k|\cdot r$. إذا كان التحويل تحاكيا نسبته k .
- صورة الزاوية $[\widehat{AOB}]$ هي الزاوية $[\widehat{A'O'B'}]$ $\widehat{A'O'B'}=\widehat{AOB}$ حيث A' و B' و O' هي صور A و B و O على التوالي بالتحويل.







تمرين:

ليكن $ABCD$ متوازي الأضلاع و I و J نقطتين معرفتين ب $\overrightarrow{CI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{DC}$.

1) أنشئ الشكل.
2) بين أن (BJ) صورة (AI) بالإزاحة $t_{\overrightarrow{AB}}$.
3) نعتبر التحاكي h ذا المركز I و الذي يحاول B إلى C .
أ) بين أن $h((AB))=(CD)$.
ب) أثبت أن نسبة h هي العدد 2-.
4) لتكن K نقطة حيث $\overrightarrow{KI}=2\overrightarrow{AB}$.
أ) بين أن $h(J)=K$
ب) أثبت أن $AI=\frac{1}{2}CK$.