

I) LIMITE D'UNE FONCTION EN UN POINT COMPLEMENTS (limite à droite et à gauche et opérations sur les limites)

1) Rappelles :

Soient P et Q deux fonction polynôme et $x_0 \in \mathbb{R}$ et $a \in \mathbb{R}^*$ alors :

$$1) \lim_{x \rightarrow x_0} P(x) = P(x_0)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P(x_0)}{Q(x_0)} \text{ si } Q(x_0) \neq 0$$

$$3) \lim_{x \rightarrow x_0} \sin x = \sin x_0 \quad 4) \lim_{x \rightarrow x_0} \cos x = \cos x_0$$

$$5) \lim_{x \rightarrow x_0} \tan x = \tan x_0 \text{ si } x_0 \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{x} = \sqrt{x_0} \text{ si } x_0 \geq 0$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad 7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{ax} = 1 \quad 9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{ax} = 1$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$$

Limite de la somme

$\lim f$	ℓ	ℓ	ℓ	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim g$	ℓ'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim f+g$	$\ell+\ell'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	Forme ind

Ces propriétés sont vraies si x tend vers $a+$; $a-$; $+\infty$ ou $-\infty$

Limites des produits

$\lim f$	ℓ	$\ell > 0$	$\ell > 0$	$\ell < 0$	$\ell < 0$	0	0	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim g$	ℓ'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim f \times g$	$\ell \ell'$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	Forme ind	Forme ind	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

Limites des inverses

$\lim f$	$\ell \neq 0$	0^+	0^-	$+\infty$	$-\infty$
$\lim \frac{1}{f}$	$\frac{1}{\ell}$	$+\infty$	$-\infty$	0	0

Limites des quotients

$\lim f$	ℓ	ℓ	$\ell \neq 0$	$\pm \infty$	0	$\pm \infty$
$\lim g$	$\ell' \neq 0$	$\pm \infty$	0	ℓ	0	$\pm \infty$
$\lim \frac{f}{g}$	$\frac{\ell}{\ell'}$	0	$\pm \infty$	$\pm \infty$	$?$	$?$

2) Exercices : RAPPELLES

Exercice1 : Déterminer les limites suivantes :

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+3}+1}{2x-1}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^3 + x^2 - x + 4$$

$$3) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+5x^2-7x^4}{x-10x^2+14x^3}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+8x^2-2x^5}{x^2+2x^6}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+x} - x$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{x - \frac{\pi}{4}}$$

Limites à droite et à gauche

Exercice2 : (Limites à droite et à gauche)

Soit la fonction $f : x \mapsto \frac{(x+1)^2}{|x^2-1|}$

Etudier la limite de f en $x_0 = -1$

Exercice3 : Soient les fonctions tels que :

$$f(x) = \sqrt{2x+1}(-3x^2+x) \text{ et } g(x) = \frac{-2x^2+1}{(x-3)^2}(\sqrt{x}+1)$$

$$k(x) = \frac{-3x+1}{x(x-2)} \text{ et } h(x) = \frac{x^2+1}{x^3} \sin x$$

$$1) \text{ Déterminer : } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

$$2) \text{ Déterminer : } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) \text{ et } \lim_{x \rightarrow 3} g(x)$$

$$3) \text{ Déterminer : } \lim_{x \rightarrow 0} h(x)$$

4) Déterminer les limites aux bornes du domaine de définition de k